

Смер:



Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, ЈУН 2017. (први термин)
- исписати поступак при решавању задатака или заокружити слово испред тачног одговора -

1. (3a) Одредити $P(x) \cdot Q(x)$ ако је $P(x) = x^2 - 2x + 5$ и $Q(x) = x - 3$.

$$(x^2 - 2x + 5)(x - 3) = x^3 - 3x^2 - 2x^2 + 6x + 5x - 15 \\ = x^3 - 5x^2 + 11x - 15$$

2. (96) Извршити назначене операције са разломцима:

$$\frac{x-2y}{x^3+y^3} - \frac{x-y}{x^2y-xy^2+y^3} - \frac{1}{xy+x^2}$$

Решење: а) $-\frac{x^3+y^3}{xy}$ б) $-\frac{1}{xy}$ в) $-\frac{1}{x^3+y^3}$ $-y(x^2-xy+y^2)$

$$\frac{x-2y}{(x+y)(x^2-xy+y^2)} - \frac{x-y}{y(x^2-xy+y^2)} - \frac{1}{x(y+x)} = \frac{(x-2y)xy - (x-y)x(x+y)}{(x+y)(x^2-xy+y^2)xy} \\ = \frac{x^2y - 2xy^2 - x^3 + xy^2 - x^2y + x^2y - y^3}{xy(x^2+y^3)} = \frac{-(x^3+y^3)}{xy(x^2+y^3)} = -\frac{1}{xy}$$

3. (15) Цена робе смањена је за 25%. За колико процената треба снизити нову цену да би цена на крају била дупло јефтинија од почетне цене?

Решење: а) 33,3% б) 25% в) 66,7%

$$x \cdot 0,75 \cdot p = x \cdot 0,5 \Rightarrow p = 0,667 \\ (1 - 0,667) \cdot 100 = 33,3 \%$$

4. (216) Одредити x из пропорције: $(0,4x) : 0,35 = 0,72 : 0,07$.

$$\frac{4}{10} x \cdot \frac{7}{100} = \frac{72}{100} \cdot \frac{5}{100}$$

$$\frac{x}{10} = \frac{90}{100} \Rightarrow x = 9$$

5. (33д) Решити једначину: $\frac{4x-1}{3} = \frac{4x-8}{6} + 1$. 1.6

Решење: а) $x = 0$ б) $x = -1$ в) $x = 1/2$

$$2(4x-1) = 4x-8+6$$

$$8x-2 = 4x-2 \Rightarrow 4x = 0 \Rightarrow x = 0$$

6. (456) Решити систем једначина: $\begin{cases} 2x+3y=23 \\ x-2y=1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{x=1+2y}$

$$2(1+2y)+3y=23$$

$$\Rightarrow 2+4y+3y=23$$

$$\Rightarrow 7y=21 \Rightarrow \boxed{y=3} \quad \boxed{x=7}$$

7. (39) У функцијама $y=(a-3)x+a-2$ и $y=(2a+1)x-(3a-1)$ одредити параметар a тако да графици функција буду паралелни.

Решење: а) $a = \frac{1}{2}$ б) $a = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{4}$ в) $a = -4$

$$a-3 = 2a+1$$

$$-a = 4 \Rightarrow a = -4$$

8. (59в) Упростити израз: $\sqrt[6]{128 \cdot 7^8}$.

$$\sqrt[6]{7^2 \cdot 7^6 \cdot 2^6 \cdot 2} = 7 \cdot 2 \cdot \sqrt[6]{7^2 \cdot 2} = 14 \cdot \sqrt[6]{98}$$

9. (55e) Решити неједначину: $\frac{x-2}{x+1} \leq 3$.

Решење: а) $x \in [-5/2, -1)$ б) $x \in \{ \}$ в) $x \in (-\infty, -5/2] \cup (-1, +\infty)$

$$\frac{x-2}{x+1} - 3 \leq 0 \Rightarrow \frac{x-2-3x-3}{x+1} \leq 0 \Rightarrow \frac{-2x-5}{x+1} \leq 0$$

$$-2x-5=0 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

$$x+1=0 \Rightarrow x = -1$$

	$-\infty$	$-5/2$	-1	$+\infty$	
$-2x-5$	+	+	-	-	$x \in (-\infty, -5/2]$
$x+1$	-	-	0+	+	
$\frac{-2x-5}{x+1}$	⊖	⊕	⊖		

10. (616) Рационалисити израз: $\frac{\sqrt{7}}{2-\sqrt{3}}$.

Решење: а) $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ б) $\frac{\sqrt{7}}{2+\sqrt{3}}$ в) $2\sqrt{7}+\sqrt{21}$

$$\frac{\sqrt{7}}{2-\sqrt{3}} \cdot \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7}(2+\sqrt{3})}{4-3} = 2\sqrt{7} + \sqrt{21}$$

11. (65В) Израчунати вредност израза: $\frac{\bar{z}-3}{z+5}$ где је $z = -6+i$.

Решење: а) $\frac{1+4i}{5}$ б) $5-4i$ в) $4+5i$

$$\begin{aligned} \bar{z} &= -6-i \\ \bar{z}-3 &= -9-i \\ z+5 &= -1+i \end{aligned} \quad \frac{-9-i}{-1+i} \cdot \frac{-1-i}{-1-i} = \frac{9+10i-1}{1+1} = \frac{8+10i}{2} = 4+5i$$

12. (686) Решити следећу једначину: $\frac{4x}{x+3} - \frac{4x}{x^2+4x+3} = 0$.

Решење: а) $x = 1/4$ б) $x = 1$ в) $x = 0$

$$0 = \frac{4x}{x+3} - \frac{4x}{(x+1)(x+3)} = \frac{4x(x+1) - 4x}{(x+1)(x+3)} = \frac{4x \cdot (x+1-1)}{(x+1)(x+3)} = \frac{4x^2}{(x+1)(x+3)}$$

$$\Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

13. (72г) Решити квадратну неједначину: $-5x^2 - 19x + 4 < 0$.

$$x \in (-\infty, -4) \cup (\frac{1}{5}, +\infty)$$

Решење: а) $x \in (-4, 1/5)$ б) $x \in (-\infty, -4) \cup (1/5, +\infty)$ в) $x \in \{ \}$

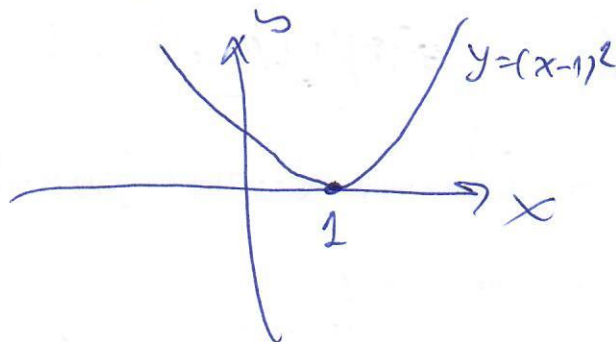
$$-5x^2 - 19x + 4 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{19 \pm \sqrt{381+80}}{-10} = \frac{19 \pm 21}{-10} \rightarrow x_1 = \frac{-2}{-10} = \frac{1}{5} \rightarrow x_2 = \frac{40}{-10} = -4$$

14. (74а) Конструисати график следеће функције и довести је на канонички облик:

$$y = x^2 - 2x + 1.$$

$$y = (x-1)^2$$



15. (82в) Израчунати вредност израза $\frac{2\cos\frac{\pi}{4} - \sin\frac{\pi}{4}}{1 + \sin^2\frac{\pi}{4}}$.

Решење: а) $\sqrt{3}/2$ б) $\sqrt{2}/3$ в) $2\sqrt{2}/3$

$$\frac{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

16. (86а) Доказати идентитет: $\frac{1 - 2\cos^2\alpha}{2\sin^2\alpha - 1} = 1$.

$$\frac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha - 2\cos^2\alpha}{2\sin^2\alpha - \sin^2\alpha - \cos^2\alpha} = \frac{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha} = 1$$

17. (93ђ) Решити једначину: $\sqrt[4]{5^{6-x}} = \sqrt[3]{5^{x+2}}$.

Решење: а) $x = 0$ б) $x = -2/7$ в) $x = 10/7$

$$5^{\frac{6-x}{4}} = 5^{\frac{x+2}{3}} \Rightarrow \frac{6-x}{4} = \frac{x+2}{3} \Rightarrow 18-3x = 4x+8$$

$$10 = 7x \Rightarrow x = \frac{10}{7}$$

18. (95б) Решити једначину: $2^{x+1} + 2^{x+2} - 2^x = 10$.

Решење: а) $x = 2$ б) $x = 1$ в) $x = 0$

$$2^x(2+4-1) = 10 \Rightarrow 2^x = 2 \Rightarrow x = 1$$

19. (97д) Израчунати: $\log_{2/3} \frac{16}{81}$.

Решење: а) 4 б) 3/4 в) 1/4

$$\log_{\frac{2}{3}} \left(\frac{2}{3}\right)^4 = 4 \log_{\frac{2}{3}} \frac{2}{3} = 4 \cdot 1 = 4$$

20. (100г) Решити једначину: $\log x = 2\log 4 + \frac{1}{3}\log 27 - \frac{1}{2}\log 64$.

Решење: а) $x = 1/6$ б) $x = 6$ в) $x = 1$

$$\log x = \log \left(\frac{4^2 \cdot \sqrt[3]{27}}{\sqrt{64}} \right) \Rightarrow \log x = \log \frac{18 \cdot 3}{8}$$

$$\Rightarrow \log x = \log 6 \Rightarrow x = 6$$

Смер:



Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
 ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, ЈУН 2017. (други термин)
 - исписати поступак при решавању задатака или заокружити слово испред тачног одговора -

1. (4а) Одредити $P(x):Q(x)$ ако је: $P(x) = x^3 - x^2 - x + 10$, $Q(x) = x + 2$.

$$\begin{array}{r} (x^3 - x^2 - x + 10) : (x + 2) = x^2 - 3x + 5 \\ - x^3 + 2x^2 \\ \hline -3x^2 - x + 10 \\ -3x^2 - 6x \\ \hline -5x + 10 \\ -5x - 10 \\ \hline 20 \end{array}$$

2. (8д) Скратити разломак: $\frac{ab + ac - c^2 - bc}{bc + c^2 + 2ab + 2ac}$.

$$\frac{a(b+c) - c(c+b)}{c(b+c) + 2a(b+c)} = \frac{(c+b)(a-c)}{(c+b)(c+2a)} = \frac{a-c}{c+2a}$$

3. (18) Ако једну страницу правоугаоне њиве повећамо за 8%, а другу смањимо за 3%, за колико ће се процената променити површина њиве?

Решење: а) повећаће се за 4,76% б) повећаће се за 5% в) без промене

$$P_1 = a \cdot b \quad \begin{array}{|c|} \hline b \\ \hline a \\ \hline \end{array}$$

$$P_2 = \begin{array}{|c|} \hline a \cdot 1,08 \\ \hline b \cdot 0,97 \\ \hline \end{array}$$

$$(1,0476 - 1) \cdot 100 = 4,76\% \quad P_2 = a \cdot b \cdot 1,08 \cdot 0,97 = a \cdot b \cdot 1,0476$$

4. (31) 16 радника могу да ураде један насип за 15 дана. После 4 дана разболе се два радника. За колико ће, због тога, закаснити изградња насипа?

Решење: а) 2 дана б) 1,57 дана в) 1,8 дана

$$12,57 - 11 = 1,57$$

$$\begin{array}{r} 16 \text{ р. } 15 \text{ д.} \\ \hline 16 \text{ р. } 11 \text{ д.} \\ \hline 4 \text{ р. } x \end{array} \quad \text{— 4 дана}$$

$$x : 11 = 16 : 14 \\ x = \frac{11 \cdot 16}{14} = 12,57$$

5. (33б) Решити једначину: $3,2x - 7,3 = 4,9x - 12,4$.

Решење: а) $x = 3$ б) $x = 59/17$ в) $x = 41/17$

$$\begin{array}{r} 3,2x - 4,9x = 7,3 - 12,4 \\ -1,7x = -5,1 \Rightarrow x = 3 \end{array}$$

6. (43) У функцији $y = (3k + 6)x + k - 7$ одредити параметар k тако да функција буде растућа и да њен график сече негативни део y -осе.

Решење: а) $k > 7$ б) $k < -2$ в) $-2 < k < 7$

$$3k + 6 > 0 \Rightarrow k > -2$$

$$k - 7 < 0 \Rightarrow k < 7 \Rightarrow -2 < k < 7$$

7. (48) Збир два броја је 108, а њихов количник је 5:7. Који су то бројеви?

$$x + y = 108 \Rightarrow x = 108 - y$$

$$\underline{x : y = 5 : 7} \Rightarrow 7x = 5y \Rightarrow 7(108 - y) = 5y$$

$$\Rightarrow 756 - 7y = 5y$$

$$\Rightarrow 756 = 12y \Rightarrow y = 63, x = 45$$

8. (53a) Решити неједначину: $(x+1)(x+2) < (x-1)^2$.

Решење: а) $x < -1/5$ б) $x > 5/2$ в) $x < 3/4$

$$x^2 + 3x + 2 < x^2 - 2x + 1$$

$$5x < -1 \Rightarrow x < -\frac{1}{5}$$

9. (606) Израчунати: $\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[5]{x^5} \cdot \sqrt[8]{x^7}$.

Решење: а) $x^{11/24}$

б) $x^{61/24}$

в) $x^{19/24}$

$$x \cdot \sqrt[120]{x^{80} \cdot x^{715}} = x \cdot \sqrt[120]{x^{185}} = x \cdot x^{\frac{120}{120} \sqrt[120]{x^{185}}} = x \cdot x^{\frac{65}{120}} = x \cdot x^{\frac{13}{24}} = x^{\frac{61}{24}}$$

10. (61j) Рационалисати израз: $\frac{7}{\sqrt{32} + \sqrt{8}}$.

Решење: а) $\frac{7\sqrt{2}}{12}$

б) $\frac{7\sqrt{2}}{24}$

в) $\frac{7\sqrt{8}}{6}$

$$\frac{7}{2\sqrt{8} + \sqrt{8}} = \frac{7}{3\sqrt{8}} \cdot \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}} = \frac{7 \cdot 2\sqrt{2}}{3 \cdot 8} = \frac{7\sqrt{2}}{12}$$

11. (63ж) Израчунати: $\frac{6}{2+3i}$.

Решење: а) $\frac{2+3i}{6}$

б) $\frac{12-18i}{13}$

в) $\frac{11+3i}{5}$

$$\frac{6}{2+3i} \cdot \frac{2-3i}{2-3i} = \frac{12-18i}{4+9} = \frac{12-18i}{13}$$

12. (69В) Саставити квадратну једначину чија су решења: $x_1 = 3, x_2 = -10$.

$$0 = (x-3)(x+10) = x^2 + 10x - 3x - 30$$

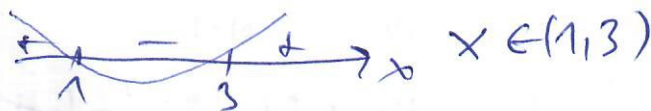
$$\Rightarrow x^2 + 7x - 30 = 0$$

13. (726) Решити квадратну неједначину: $x^2 - 4x + 3 < 0$.

Решење: а) $x \in \{ \}$ б) $x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ в) $x \in (1, 3)$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = 3$$

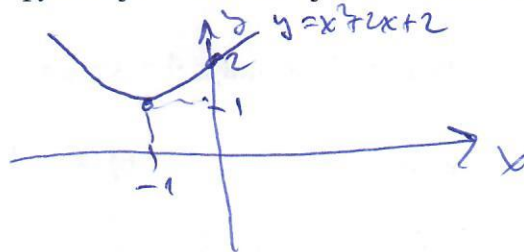


14. (75В) Конструисати график следеће функције и довести је на канонички облик:

$$y = x^2 + 2x + 2$$

$$y = (x+1)^2 + 1$$

$$\uparrow (-1, 1)$$



15. (83a) Израчунати вредност израза: $3 - \sin^2 \frac{\pi}{3} + 2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{2} - 5 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6}$.

Решење: а) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ б) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ в) $\frac{7}{12}$

$$3 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 2 \cdot 0 - 5 \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = 3 - \frac{3}{4} + 0 - \frac{5}{3} = \frac{36 - 9 - 20}{12} = \frac{7}{12}$$

16. (84a) Одредити вредности остале три тригонометријске функције угла α ако је

$$\sin \alpha = \frac{3}{5}, \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right).$$

$$\alpha \in I$$

$$\cos \alpha > 0$$

$$\operatorname{tg} \alpha > 0$$

$$\operatorname{ctg} \alpha > 0$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$

$$\cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{4}{3}$$

17. (94a) Решити следећу једначину: $\sqrt[3]{a} = a^{\frac{3x+2}{2}}$.

Решење: а) $x = 4/3$ б) $x = -4/9$ в) $x = -2/9$

$$a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{3x+2}{2}} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{3x+2}{2} \Rightarrow 2 = 9x+6$$

$$\Rightarrow -4 = 9x$$

$$\Rightarrow x = -4/9$$

18. (95в) Решити следећу једначину: $2 \cdot 4^{2x} - 17 \cdot 4^x + 8 = 0$.

Решење: а) $x_1 = 0, x_2 = 1/2$ б) $x_1 = -1/2, x_2 = 3/2$ в) $x_1 = 1, x_2 = 2$

$$t = 4^x > 0$$

$$2t^2 - 17t + 8 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 64}}{4} = \frac{17 \pm 15}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 1/2 \end{cases}$$

19. (97ђ) Израчунати: $\log_3 81 + 5 \log_{1/2} 16 - 3 \log_2 \frac{1}{32}$.

Решење: а) 1 б) 0 в) -1

$$\begin{aligned} \log_3 3^4 + \log_{1/2} 16^5 + \log_2 32^{-3} &= 4 + 5 \log_2 2^{-4} + 3 \cdot 5 \\ &= 4 - 5 \cdot 4 + 15 = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4^x = 2^3 &\Rightarrow 2^{2x} = 2^3 \\ &\Rightarrow 2x = 3 \\ &\Rightarrow x = 3/2 \\ 2^{-1} = 2^{2x} &\Rightarrow -1 = 2x \\ &\Rightarrow x = -1/2 \end{aligned}$$

20. (100ж) Решити једначину: $4 - \log_{10} x = 3\sqrt{\log_{10} x}$.

Решење: а) $x = 10$ б) $x = 1$ в) $x = 1/10$

$$t = \sqrt{\log_{10} x} \geq 0$$

$$t^2 = \log_{10} x$$

$$4 - t = 3t^2$$

$$0 = 3t^2 + t - 4$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{6} = \frac{-1 \pm 7}{6} \rightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = -8/6 = -4/3 \end{cases}$$

$$\sqrt{\log_{10} x} = 1 \Rightarrow \log_{10} x = 1 \Rightarrow x = 10$$

Смер:



Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, СЕПТЕМБАР 2017.

- исписати поступак при решавању задатака или заокружити слово испред тачног одговора -

1. (3a) Одредити $P(x) \cdot Q(x)$ ако је $P(x) = x^2 - 2x + 5$ и $Q(x) = x - 3$.

$$(x^2 - 2x + 5)(x - 3) = x^3 - 3x^2 - 2x^2 + 6x + 5x - 15 \\ = x^3 - 5x^2 + 11x - 15$$

2. (76) Израчунати вредност израза: $\left(\frac{15}{6}\right)^{-1} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$.

Решење: а) 32/45 б) 17/15 в) 23/12

$$\frac{6}{15} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{15} + \frac{4}{9} = \frac{4 \cdot 3 + 4 \cdot 5}{45} = \frac{32}{45}$$

3. (18) Ако једну страну правоугаоне њиве повећамо за 8%, а другу смањимо за 3%, за колико ће се процената променити површина њиве?

Решење: а) повећаће се за 4,76% б) повећаће се за 5% в) без промене

$$P_1 = a \cdot b$$

$$P_2 = a \cdot b \cdot 1,08 \cdot 0,97$$

$$= a \cdot b \cdot 1,0476$$

4. (216) Одредити x из пропорције: $(0,4x):0,35 = 0,72:0,07$.

$$\frac{4}{10} \cdot x \cdot \frac{7}{100} = \frac{35}{100} \cdot \frac{72}{100} \Rightarrow \frac{x}{10} = \frac{90}{100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 9$$

$$(1,0476 - 1) \cdot 100 \\ = 4,76\%$$

5. (33h) Решити једначину: $8 - 4x - \frac{2+3x}{6} = 3 - \frac{10x+5}{3}$. / . 6

Решење: а) $x = 25/7$ б) $x = 9/7$ в) $x = 38/7$

$$48 - 24x - 2 - 3x = 18 - 20x - 10$$

$$46 - 24x = 8 - 20x \Rightarrow 38 = 4x \Rightarrow x = \frac{38}{4} = \frac{38}{7}$$

6. (45h) Решити систем једначина: $y : x = 3 : 5$
 $8x - 9y = 26$

Решење: а) $(x, y) = (15, 9)$ б) $(x, y) = (5, 3)$ в) $(x, y) = (10, 6)$

$$\begin{aligned} 5y &= 3x \Rightarrow \frac{5y}{3} = x \\ 8x - 9y &= 26 \Rightarrow 8 \cdot \frac{5y}{3} - 9y = 26/3 \end{aligned}$$

$$40y - 27y = 26 \cdot 3$$

$$13y = 78 \cdot 3$$

$$y = 6 \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 6}{3} = 10$$

$$(x, y) = (10, 6)$$

7. (53a) Решити неједначину: $(x+1)(x+2) < (x-1)^2$.

Решење: а) $x < -1/5$ б) $x > 5/2$ в) $x < 3/4$

$$x^2 + 3x + 2 < x^2 - 2x + 1$$

$$5x < -1 \Rightarrow x < -1/5$$

8. (58г) Израчунати: $\frac{4^{-2} \cdot 8^{-7}}{2^{-24}}$.

Решење: а) $1/2$ б) 4 в) 2

$$\frac{2^{-4} \cdot 2^{-21}}{2^{-24}} = \frac{2^{-25}}{2^{-24}} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

9. (61e) Рационалисати израз: $\frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{7}}$.

$$\frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{7}} \cdot \frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}}{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}} = \frac{(3\sqrt{5} + 2\sqrt{7})^2}{9 \cdot 5 - 4 \cdot 7} = \frac{9 \cdot 5 + 12\sqrt{35} + 4 \cdot 7}{45 - 28} = \frac{73 + 12\sqrt{35}}{17}$$

10. (63з) Извршити назначене операције: $\frac{i}{1+i}$.

Решење: а) $\frac{-1-2i}{2}$ б) $-1+i$ в) $\frac{1+i}{2}$

$$\frac{i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i} = \frac{i-i^2}{1+i} = \frac{i+1}{2}$$

11. (67и) Решити следећу једначину: $16x^2 - 8x + 1 = 0$.

$$\begin{aligned} 0 &= 16x^2 - 8x + 1 = (4x)^2 - 2 \cdot (4x) \cdot 1 + 1^2 \\ &= (4x - 1)^2 \Rightarrow 4x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

12. (726) Решити квадратну неједначину: $x^2 - 4x + 3 < 0$.

Решење: а) $x \in \{ \}$ б) $x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ в) $x \in (1, 3)$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

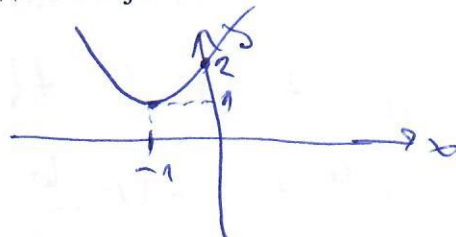
$$x_1 = 1, x_2 = 3$$




13. (75в) Конструисати график следеће функције и довести је на канонички облик: $y = x^2 + 2x + 2$.

$$y = x^2 + 2x + 1 + 1 = (x+1)^2 + 1$$

$$\nabla(-1, 1)$$



14. (80) Од свих правоугаоника обима 20 cm одредити онај који има највећу површину.



$$0 = 2a + 2b = 20$$

$$a + b = 10$$

$$P = a \cdot b = a(10 - a) = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 10$$

$$P_{\max} \text{ за } a = 5$$

$$b = 5$$



15. (83в) Израчунати вредност израза: $3 \sin^2 \frac{\pi}{2} - 4 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{4} - 3 \cos^2 \frac{\pi}{6} + 3 \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{2}$.

$$3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1^2 - 3 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 3 \cdot 0 = 3 - 4 - 3 \cdot \frac{3}{4}$$

$$= -1 - \frac{9}{4} = -\frac{13}{4}$$

16. (86a) Доказати идентитет: $\frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha - 1} = 1$.

$$\frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha - 1} = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 2 \cos^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = 1$$

17. (93в) Решити следећу једначину: $8^x = 7^{x-1} + 7^x$. $\div: 7^x$

Решење: а) $x = 0$ б) $x = 1$ в) $x = -1$

$$\frac{8^x}{7^x} = 7^{-1} + 1 \Rightarrow \left(\frac{8}{7}\right)^x = \frac{1}{7} + 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{8}{7}\right)^x = \frac{8}{7} \Rightarrow x = 1$$

18. (956) Решити једначину: $2^{x+1} + 2^{x+2} - 2^x = 10$.

Решење: а) $x=2$ б) $x=1$ в) $x=0$

$$2^x \cdot (2 + 4 - 1) = 10 \Rightarrow 2^x \cdot 5 = 10 \Rightarrow 2^x = 2 \Rightarrow x = 1$$

19. (98ж) Трансформисати у збир следећи израз: $\log_a(4a^3b \cdot \sqrt[7]{x^2y^5})$.

$$\begin{aligned} & \log_a 4 + \log_a a^3 + \log_a b + \log_a \sqrt[7]{x^2y^5} \\ &= \log_a 4 + 3 + \log_a b + \frac{1}{7}(2\log_a x + 5\log_a y) \end{aligned}$$

20. (100г) Решити једначину: $\log x = 2\log 4 + \frac{1}{3}\log 27 - \frac{1}{2}\log 64$.

Решење: а) $x = 1/6$ б) $x = 6$ в) $x = 1$

$$\begin{aligned} \log x &= \log 4^2 + \log \sqrt[3]{27} - \log \sqrt{64} \\ &= \log \frac{4^2 \cdot 3}{8} = \log 6 \Rightarrow x = 6 \end{aligned}$$

Смер:



Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, ОКТОБАР 2017.

- исписати поступак при решавању задатака или заокружити слово испред тачног одговора -

1. (6a) Раставити на чиниоце следећи полином: $m^2x - n^2x + m^2y - n^2y$.

Решење: а) $(m^2 + n^2)(x + y)$ б) $(m - n)(m + n)(x + y)$ в) $(m^2 - n^2)(x - y)$

$$\begin{aligned}x(m^2 - n^2) + y(m^2 - n^2) &= (m^2 - n^2)(x + y) \\ &= (m - n)(m + n)(x + y)\end{aligned}$$

2. (76) Израчунати вредност израза: $\left(\frac{15}{6}\right)^{-1} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$.

Решење: а) 32/45 б) 17/15 в) 23/12

$$\frac{6^2}{15} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{15} + \frac{4}{9} = \frac{12 + 20}{45} = \frac{32}{45}$$

3. (20) Повећати 15000 за 250%, а затим смањити за 75%.

Решење: а) 14250 б) 15255 в) 13125

$$15000 \cdot \left(1 + \frac{250}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{75}{100}\right) = 15000 \cdot 3,5 \cdot 0,25 = 13125$$

4. (27) Цена једног производа повећана је за 10%, а затим снижена за 10%. За колико процената се променила цена у односу на првобитну?

Решење: а) није се променила б) смањила се за 1% в) повећала се за 1%

$$\begin{aligned}x \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{10}{100}\right) &= x \cdot 1,1 \cdot 0,9 \\ &= x \cdot 0,99 \\ (1 - 0,99) \cdot 100 &= 1\% \text{ се смањила}\end{aligned}$$

5. (33h) Решити једначину: $8 - 4x - \frac{2+3x}{6} = 3 - \frac{10x+5}{3}$.

1.6

Решење: а) $x = 25/7$ б) $x = 9/7$ в) $x = 38/7$

$$48 - 24x - 2 - 3x = 18 - 20x - 10$$

$$46 - 27x = 8 - 20x \Rightarrow 38 = 7x \Rightarrow x = \frac{38}{7}$$

6. (41a) Одредити параметар k тако да следећа функција буде растућа:

$$y = \frac{3k-1}{k-2}x + 2k - 1.$$

Решење: а) $k \in (-\infty, 1/3) \cup (2, +\infty)$ б) $k \in (1/3, 2)$ в) $k \in \{ \}$

$$\frac{3k-1}{k-2} > 0$$

$$\begin{array}{ccc} \infty & 1/3 & 2 \\ - & + & + \\ - & - & + \\ \oplus & \ominus & \oplus \end{array}$$

$$3k-1 \quad X \in (-\infty, 1/3) \cup (2, +\infty)$$

$$k-2 \quad (3k-1)/(k-2)$$

$$y : x = 3 : 5$$

7. (45h) Решити систем једначина: $8x - 9y = 26$.

Решење: а) $(x, y) = (15, 9)$ б) $(x, y) = (5, 3)$ в) $(x, y) = (10, 6)$

$$(x, y) = (10, 6)$$

$$5y = 3x \Rightarrow x = \frac{5y}{3}$$

$$8x - 9y = 26 \Rightarrow 8 \cdot \frac{5y}{3} - 9y = 26 \Rightarrow 40y - 27y = 78 \Rightarrow 13y = 78$$

$$\Rightarrow y = 6$$

$$\Rightarrow x = 10$$

8. (54д) Решити систем неједначина:

$$2(x-3) - 2 > x$$

$$2(x-6) + 4 > 3(x-5) - 2$$

Решење: а) $x < 9$

б) $8 < x < 9$

в) $x > 8$

$$2x - 6 - 2 > x$$

$$x > 8$$

$$2x - 12 + 4 > 3x - 15 - 2$$

$$-x > -9 \Rightarrow x < 9 \Rightarrow 8 < x < 9$$

9. (58h) Израчунати: $\frac{3^{-12} \cdot 9^8}{(-3)^4}$.

Решење: а) $1/2$

б) 1

в) 2

$$\frac{3^{-12} \cdot 3^{16}}{3^4} = \frac{3^4}{3^4} = 1$$

10. (61e) Рационалисати израз: $\frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{7}}$.

$$\frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{7}} \cdot \frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}}{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}} = \frac{9 \cdot 5 + 12\sqrt{35} + 28}{9 \cdot 5 - 4 \cdot 7} = \frac{73 + 12\sqrt{35}}{17}$$

11. (63ж) Извршити назначене операције: $\frac{i}{1+i}$.

Решење: а) $\frac{-1-2i}{2}$ б) $-1+i$ в) $\frac{1+i}{2}$

$$\frac{i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i} = \frac{i-i^2}{1+i} = \frac{i+1}{2}$$

12. (67и) Решити следећу једначину: $16x^2 - 8x + 1 = 0$.

$$16x^2 - 8x + 1 = 0$$

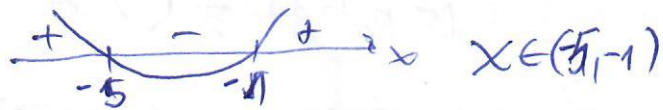
$$(4x-1)^2 = 0 \Rightarrow 4x-1=0 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

13. (72в) Решити квадратну неједначину: $x^2 + 6x + 5 < 0$.

Решење: а) $x \in (-5, -1)$ б) $x \in (-\infty, -5) \cup (-1, +\infty)$ в) $x \in \{ \}$

$$x^2 + 6x + 5 = 0$$

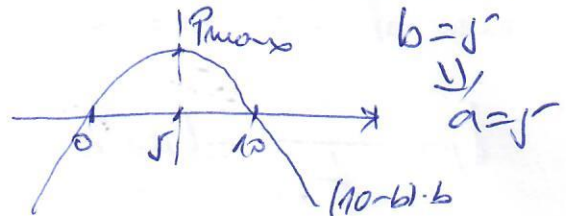
$$x_1 = -1, x_2 = -5$$



14. (80) Од свих правоугаоника обима 20 cm одредити онај који има највећу површину.

$$P = a \cdot b = (10-b) \cdot b = 0$$

$$2(a+b) = 20 \Rightarrow a+b = 10 \\ \Rightarrow a = 10-b$$



15. (836) Израчунати вредност израза: $2 + \sin^2 \frac{\pi}{3} + 2\cos^2 \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{6}$.

Решење: а) $x = 0$ б) $x = (17 - \sqrt{3})/4$ в) $x = (11 - \sqrt{3})/4$

$$2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 2 \cdot 0 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 + \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{8+3-\sqrt{3}}{4} = \frac{11-\sqrt{3}}{4}$$

16. (86a) Доказати идентитет: $\frac{1-2\cos^2\alpha}{2\sin^2\alpha-1}=1$.

$$\frac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha - 2\cos^2\alpha}{2\sin^2\alpha - \cos^2\alpha - \sin^2\alpha} = \frac{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha} = 1$$

17. (93b) Решити једначину: $\sqrt[4]{5^{6-x}} = \sqrt[3]{5^{x+2}}$.

Решење: а) $x = 0$ б) $x = 10/7$ в) $x = 5/4$

$$5^{\frac{6-x}{4}} = 5^{\frac{x+2}{3}} \Rightarrow \frac{6-x}{4} = \frac{x+2}{3} \Rightarrow 18-3x = 4x+8 \Rightarrow 10 = 7x \Rightarrow x = \frac{10}{7}$$

18. (95в) Решити једначину: $2 \cdot 4^{2x} - 17 \cdot 4^x + 8 = 0$.

Решење: а) $x_1 = -1/2$ $x_2 = 3/2$ б) $x_1 = 1/2$ $x_2 = -3/2$ в) $x_1 = 1/3$ $x_2 = -2/3$

$$\begin{aligned} 4^x &= 8 & \frac{1}{2} &= 4^x \\ 2^{2x} &= 2^3 & 2^{-1} &= 2^{2x} \\ 2x &= 3 & -1 &= 2x \\ x &= 3/2 & x &= -1/2 \end{aligned}$$

$$t = 4^x > 0, \quad 2 \cdot t^2 - 17t + 8 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 64}}{4} = \frac{17 \pm 15}{4} \begin{matrix} b_1 = 8 \\ b_2 = \frac{1}{2} \end{matrix}$$

19. (98ж) Трансформисати у збир следећи израз: $\log_a(4a^3b \cdot \sqrt[7]{x^2y^5})$.

$$\begin{aligned} &= \log_a 4 + \log_a a^3 + \log_a b + \log_a (x^2y^5)^{\frac{1}{7}} \\ &= \log_a 4 + 3 + \log_a b + \frac{1}{7}(2\log_a x + 5\log_a y) \end{aligned}$$

20. (100a) Решити једначину: $\log x - \log \frac{1}{x-1} - \log 2 = 0$.

Решење: а) $x = -1$ б) $x = 4$ в) $x = 2$

$$\log \frac{x}{\frac{1}{x-1}} = \log 2$$

$$\log x \Rightarrow x > 0!$$

$$\log \frac{1}{x-1} \Rightarrow x > 1!$$

$$\log x(x-1) = \log 2 \Rightarrow x^2 - x = 2$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2$$